

布朗運動：從花粉的無規行走走到生物與天文

文/陳宣毅

前言

愛因斯坦在 1905 年完成的五篇論文中，比較不受重視的就是他對布朗運動的研究(甚至愛因斯坦本人也自認他的布朗運動研究並不具有像光電效應或相對論的重要性)。有趣的是 1905 年發表在 *Annalen der Physik* 的 “On the movement of small particles suspended in stationary liquids required by the molecular-kinetic theory of heat” [1]一文卻是愛因斯坦一生中被引用最多次的論文，而他的另外一篇發表於同一期刊的 “A new determination of molecular dimensions” [2]，不但是他的博士論文，其被引用次數也遠高於相對論與光電效應的論文。愛因斯坦在布朗運動上的理論研究，啟發了 Perrin 一連串的實驗，終於為原子的存在提供直接的實驗證據。而愛因斯坦的布朗運動分析，不僅打開了非平衡統計物理的大門，也是物理學家首次以理論探討隨機過程(stochastic processes)。這些研究對科學其他領域（尤其是化學、生物學、與經濟學）的深遠影響，應該是愛因斯坦在世時所無法想像的。本期物理雙月刊即以布朗運動在物理上的應用為主題，為大家介紹從統計物理，軟凝體物理與生物物理，到量子場論與天文上的各種隨機過程。有興趣的讀者，也可以從稍早的 *Physics World* 與 *Nature* 中，找到許多物理年關於布朗運動的科普文章，*Annalen der Physik* 裏則有為紀念愛因斯坦在該期刊發表布朗運動論文一百週年而寫的較深入的文章。[3][4][5][6]

布朗運動的歷史：1905 年以前

人類早在顯微鏡發明不久之後就以觀察到了花粉在水中的布朗運動[7]，當時的科學家很自然的認為花粉的運動來自生物的“生命力”。直到 1827 年 Robert

Brown[8]才從花粉與無機膠體粒子的實驗證實了小粒子在水中的無規行走(random walk)並非生物體特有的現象，而是室溫下微米尺度(或更小)的膠體粒子在溶液中的共同現象。在這之後人們才真正開始從物理的角度來研究布朗運動。

Robert Brown 之後的五十年，有關布朗運動的物理機制一直是眾說紛紜，其中大部分的想法總是將其歸因於外在因素，如顯微鏡光源加於系統上的能量，表面張力的作用，甚至到了 1898 年，仍有人認為布朗運動是由溶液與環境的溫度差而造成。其中關於布朗運動的速度的量測，更是令當時的科學家不解。當時人們將布朗運動的膠體粒子的位移除以中間經歷的時間，得到的速度竟與觀測的時間的平方根成反比！現在我們當然知道這是無規行走的特性，但這一段歷史，正如 Haw[4]所言“The story of Brownian motion is one of confused experiment, heated philosophy, belated theory, ……”。

這紛擾的研究直到 1880 年代末期才露出一線曙光：Leon Gouy 的一系列實驗證實了指出布朗運動的確是所有膠體在溶液中的基本物理特性。此外 Gouy[9]的研究更暗示了布朗運動與熱力學第二定律的關係：在如此微觀的尺度之下，布朗運動不需要百分之百遵循只有在熱力學極限下才嚴格為真的第二定律。所以在這尺度下，受水分子撞擊而「永動」的膠體粒子是可以存在的。

布朗運動與統計力學

愛因斯坦的論文[1]有兩個主要部分。首先他從動力論出發說明了膠體粒子可以對半透膜施以滲透壓，所以它們可被視為特大號的分子。接下來他利用機率的概念從膠體粒子受溶劑分子撞擊而造成的無規行走

推導出擴散方程式。從膠體粒子在外場下的平衡態分布，也就是擴散方程式的穩態解，必須符合 Boltzmann 分布的條件，愛因斯坦得到了溶劑分子作用於膠體粒子的不規則撞擊力與膠體粒子在溶液裏運動所受到的黏滯力的關係——這便是著名的 fluctuation-dissipation relation。

接下來幾年內，Smoluchowski 與 Langevin 分別發展了更多布朗運動的理論分析。王子瑜與曹恆光在“布朗運動、郎之萬方程式、與布朗動力學”一文中，就為各位讀者討論了從這些布朗運動的理論分析到利用它們來對不同物理系統進行計算機模擬的許多應用。

布朗運動在非平衡統計物理中佔有無可取代的重要性。梁鈞泰在“隨機行走於布朗運動間”一文中，為各位讀者介紹了布朗運動軌跡，界面的漲落，到「自組臨界性」(self-organized criticality)等有趣的現象。而龐寧寧在“布朗運動界面成長與擴散現象”則介紹了布朗運動在不同的介面成長現象所扮演的角色。

在論文[2]中，愛因斯坦從布朗粒子的運動性質推導了亞佛加厥數並估計分子的大小。陳志強在“亞佛加厥常數與布朗運動”裏，便為我們介紹了 Perrin 如何由愛因斯坦的理論，設計了一連串的實驗來測量亞佛加厥數，從而證實了原子的存在。林耿慧的“在液體裏跳布朗舞步的膠體粒子”討論的則是布朗運動對現代膠體科學發展的影響。

軟凝態與生物物理, 量子場論與天文學

對經濟學有興趣的讀者或許很樂於指出：早在 1900 年，Bachelier 在研究法國股市的行為時，就使用與愛因斯坦的布朗運動研究相似的觀念，得到股票價值隨時間波動的範圍與時間的二分之一次方成正比的結論。[10] 當然只要假設股票價值隨時間的改變為一無規行走，我們便可得到這個結論。除了經濟學之外，布朗運動在軟凝態與生物物理中也有極重要的應用。溫偉源與伊林的“從布朗運動到液體微觀動力”一文，就介紹了如何利用微粒電漿系統(dusty plasma)作為模

型系統來研究液體在非平衡狀態下的性質。這裏的微粒運動與液體分子的運動特性相近，但其特徵長度與特徵時間都便於觀察，所以這些實驗為液體分子本身的運動提供了重要的線索。另外一篇溫偉源與陸駿逸的“微流變學”則討論了如何利用 Einstein relation，以微米顆粒來研究軟凝態與生物系統的局域黏彈性質。

像沙堆或粉末這類的顆粒體可以說是物理系統裏的特例：熱運動在這些系統中既然是可忽略的，它們與布朗運動怎麼會有關呢？杜其永的“布朗溫度計與顆粒流體之溫度”告訴我們，顆粒體在外力下的動力學與布朗運動其實有著密切的關係！

關於布朗運動在生物物理的應用，當然不能不提 Brownian motors。在“分子馬達與離子泵浦”中，楊大衍便詳細介紹了生物體內的蛋白質如何利用布朗運動成為奈米尺度下的微小馬達，進而驅動細胞的運動、分裂，以及調節細胞內部的離子濃度。張正宏與鄭天佑的“酵素，觸媒輪與布朗馬達機制”則進一步討論了以觸媒輪詮釋酵素，並舉例介紹它在生物馬達裏扮演的角色。另外一個布朗運動在生物物理的應用則與形態生成(pattern formation)有關：廖思善在“布朗運動與自發性圖案”一文，就從擴散作用與 DLA 談起，討論了利用擴散與化學反應產生圖案的 Turing 機制，以及利用 Turing 機制來解釋如瓢蟲到獵豹的斑紋產生的過程。

在高能物理中，布朗運動也是大家都熟悉的：在量子力學裏，格林函數的積分形式就是布朗動的路徑積分。林立在“隨機過程在量子場論計算中的應用”裏，為我們介紹了無規行走在場論計算的一些有趣的應用。Chandrasekhar 曾對布朗運動在天文中的應用有過詳細的討論[11]，葉永烜的“上帝的骰子”為我們介紹了目前很受矚目的小行星撞擊地球的機率問題。

結語

對愛因斯坦而言，布朗運動的重要性似乎不如相對論：後者對人類對時空的認識有決定性的影響。相

較於布朗運動，相對論與量子力學也一直較受大眾媒體的青睞。但布朗運動啟發了人類對隨機過程的深入探討，將愛因斯坦的原始理論帶到各個不同的領域。今天我們提到布朗運動在物理上應用，大家都可以輕易的從量子力學中的路徑積分，統計力學中的 diffusion-limited aggregation，一直談到生物物理中分子馬達的原理。如果愛因斯坦有機會能預見布朗運動對強調“多就是不同”(more is different)的複雜性科學發展的深遠影響，他對自己的博士論文研究應該會有很不一樣的評價。

參考資料

- [1] A. Einstein, *Ann. Phys. (Leipzig)*, 17, 549, (1905).
- [2] A. Einstein, *Ann. Phys. (Leipzig)*, 19, 289, (1906). 這篇論文完成於 1905 年 4 月 30 日。
- [3] M.D. Haw, *Physics World*, January (2005).
- [4] 關於布朗運動的歷史，可參考 M.D. Haw, *J. Phys.: Comdens. Matter*, 14, 7769 (2002).
- [5] J. Stachel, *Nature*, 433, 215, (2005) 與 G. Parisi, *Nature*, 433, 221, (2005).

- [6] E. Frey, and K. Kroy, *Ann. Phys. (Leipzig)*, 14, 20, (2005).
- [7] 最早觀察到布朗運動的記錄應該是出自 S. Gray, *Phil. Trans.* 19, 280, (1696). 即比 Robert Brown 的實驗早了 131 年。
- [8] R. Brown, *Phil. Mag.* 4, 171 (1828).
- [9] G. Gouy, *C.R. Acad. Sci, Paris*, 109, 102 (1889).
- [10] L. Bachelier, *Ann. Ecole Normale Supérieure*, 17, 21 (1900).
- [11] S. Chandrasekhar, *Rev. Mod. Phys.*, 15, 1 (1943).

作者簡介

陳宣毅

現任中央大學物理系與生物物理研究所助理教授，主要研究領域為統計物理，軟凝態物理，與生物物理。
e-mail: hschen@phy.ncu.edu.tw